

第1讲 二次函数图象及基本性质练习

一、二次函数概念

练习

1. ★★

下列函数中是二次函数的是 () .

A. $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$ B. $y = 3x^3 + 2x^2$ C. $y = (x - 2)^2 - x^2$ D. $y = x - \sqrt{2}x^2$

【答案】 D

【解析】 $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$ 不是二次函数；

$y = 3x^3 + 2x^2$ 是三次函数，不是二次函数；

$y = (x - 2)^2 - x^2 = -4x + 4$ ，是一次函数，不是二次函数；

$y = x - \sqrt{2}x^2$ 是二次函数。

【标注】 【知识点】 二次函数的定义

【能力】 推理论证能力

2. ★★

下列函数中，哪些是二次函数？并指出二次函数的二次项系数、一次项系数和常数项。

(1) $y = x^2$.

(2) $y = -\frac{1}{x^2}$.

(3) $y = 2x^2 - x - 1$.

(4) $y = x(1 - x)$.

(5) $y = (x - 1)^2 - (x + 1)(x - 1)$.

【答案】 (1) 二次项系数为 1，一次项系数和常数项为 0 .

(2) 虽然次数为 2，但 x 位于分母位置，所以不是二次函数 .

(3) 二次项系数为 2，一次项系数为 -1，常数项为 -1 .

(4) $y = x(1 - x) = -x^2 + x$ ，二次项系数为 -1，一次项系数为 1，常数项为 0 .

(5) 将括号展开，二次项消去，所以不是二次函数 .

【解析】 (1) 二次项系数为 1，一次项系数和常数项为 0 .

(2) 虽然次数为 2，但 x 位于分母位置，所以不是二次函数 .

(3) 二次项系数为 2 , 一次项系数为 -1 , 常数项为 -1 .

(4) $y = x(1 - x) = -x^2 + x$, 二次项系数为 -1 , 一次项系数为 1 , 常数项为 0 .

(5) 将括号展开 , 二次项消去 , 所以不是二次函数 .

【标注】【知识点】二次函数的定义

练习

3. 2014~2015学年天津河东区天津市第七中学初三上学期期中第3题3分 ★★

若 $y = (m^2 + 3m + 2)x^{m^2+m}$ 为二次函数 , 则 m 的值为 () .

A. -2或1

B. -2

C. -1

D. 1

【答案】 D

【解析】 若 $y = (m^2 + 3m + 2)x^{m^2+m}$ 为二次函数 ,

$$\text{则 } \begin{cases} m^2 + m = 2 \\ m^2 + 3m + 2 \neq 0 \end{cases} ,$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = -2 \text{ 或 } m = 1 \\ m \neq -2 \text{ 或 } m \neq -1 \end{cases} ,$$

$$\therefore m = 1 .$$

故选 D .

【标注】【知识点】利用二次函数的定义求参数的值

4. ★★

当 m _____ 时 , 函数 $y = (m^2 - 2m - 3)x^2 + (m - 2)x + m$ 是二次函数 .

A. $m \neq 3$ 或 -1

B. $m \neq 4$ 或 -1

C. $m \neq 4$ 或 -2

D. $m \neq 3$ 或 -2

【答案】 A

【标注】【知识点】利用二次函数的定义求参数的值

5. ★★

已知函数 $y = (m^2 + m)x^{m^2-m} + (m^2 + 3m + 2)x + m^2 + 2m$, 当 m 取何值时 , 函数是二次函数 ?

【答案】 $m = 2$.

【解析】 由二次函数的定义可以知道 : $m^2 - m = 2$, 且 $m^2 + m \neq 0$

$$\text{解 } m^2 - m = 2 \text{ 得 : } m = 2 \text{ 或 } m = -1 .$$

$$\text{由 } m^2 + m \neq 0 \text{ 知 : } m \neq -1 \text{ 且 } m \neq 0 .$$

所以, $m = 2$. 此时函数为: $y = 6x^2 + 12x + 8$.

【标注】【知识点】利用二次函数的定义求参数的值

6. ★★

已知函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数).

(1) 若它是二次函数, 则系数应该满足条件 _____.

(2) 若它是一次函数, 则系数应该满足条件 _____.

(3) 若它是正比例函数, 则系数应该满足条件 _____.

【答案】 (1) $a \neq 0$

(2) $a = 0, b \neq 0$

(3) $a = 0, c = 0, b \neq 0$

【解析】 (1) 当 $a \neq 0$ 时, $y = ax^2 + bx + c$ 是二次函数.

(2) 当 $a = 0, b \neq 0$ 时, $y = ax^2 + bx + c$ 是一次函数.

(3) 当 $a = 0, b \neq 0, c = 0$ 时, $y = ax^2 + bx + c$ 是正比例函数.

【标注】【知识点】利用二次函数的定义求参数的值

练习

7. 2019~2020学年9月天津河西区天津市海河中学初三上学期月考第1题3分 ★★

在下列函数的图象中, 经过坐标原点的是 ().

A. $y = 3 + x^2$

B. $y = x^2 - x$

C. $y = (x - 1)^2$

D. $y = x^2 - 3$

【答案】 B

【解析】 $x = 0$ 时, $y = 0^2 - 0 = 0$,

故选 B.

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

8. 2017~2018学年天津武清区初三上学期期末第8题3分 ★★

抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 经过点 $(2, 4)$, 则代数式 $8a + 4b + 1$ 的值是 ().

A. 9

B. -9

C. 15

D. -15

【答案】 C

【解析】 ∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 经过点 $(2, 4)$,

∴ $4a + 2b - 3 = 4$, 解得 $4a + 2b = 7$,

∴ $8a + 4b + 1 = 2(4a + 2b) + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$.

故选 C .

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

9. 2019~2020学年9月天津南开区天津市南开外国语中学初三上学期月考第4题4分 ★★

点 $A(3, m)$ 在抛物线 $y = x^2 - 1$ 上 , 则点 A 关于原点的对称点的坐标为 () .

A. $(3, -8)$

B. $(-3, 8)$

C. $(-3, -8)$

D. $(-8, -3)$

【答案】 C

【解析】 ∵ 点 $A(3, m)$ 在抛物线 $y = x^2 - 1$ 上 ,

∴ $m = 3^2 - 1 = 8$,

∴ 点 A 的坐标为 $(3, 8)$,

∴ 点 A 关于原点的对称点的坐标为 $(-3, -8)$.

故选 C .

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

10. 2019~2020学年9月天津南开区天津市第二十五中学初三上学期月考第26题3分 ★★

若二次函数 $y = (m - 2)x^2 + 2x + (m^2 - 4)$ 的图象经过原点 , 则 $m =$ _____ .

【答案】 -2

【解析】 二次函数 $y = (m - 2)x^2 + 2x + (m^2 - 4)$ 过原点 ,

故 $(0, 0)$ 直接代入二次函数得 : $m^2 - 4 = 0$,

解得 $m = \pm 2$,

又二次项系数 $m - 2 \neq 0$,

∴ $m \neq 2$.

故 $m = -2$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】点在二次函数图象上

二、 二次函数图象与性质

练习

11. 2017~2018学年河北唐山路南区初三上学期期中第12题2分 ★★

抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 的共同性质是 :

- ①都是开口向上 .
- ②都以点 $(0,0)$ 为顶点 .
- ③都以 y 轴为对称轴 .
- ④都关于 x 轴对称 .

其中正确的个数有 () .

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 B

【解析】 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$ 的开口向上 , $y = -x^2$ 的开口向下 , ①错误 .

抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = -x^2$ 的顶点为 $(0,0)$, 对称轴为 y 轴 , ②③正确 ; ④错误 .

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

12. 2021年上海虹口区中考一模第10题4分 ★

如果抛物线 $y = (k+1)x^2$ 有最高点 , 那么 k 的取值范围是 _____ .

【答案】 $k < -1$

【解析】 $\because$ 抛物线 $y = (k+1)x^2$ 有最高点 ,

$$\therefore k+1 < 0 ,$$

$$\therefore k < -1 .$$

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

13. 2019~2020学年9月浙江杭州西湖区杭州绿城育华学校初三上学期月考第13题4分 ★

若二次函数 $y = (m-1)x^{m^2-2}$ 的图象开口向下 , 则 m 的值为 _____ .

【答案】 -2

【解析】 由题意可知 , $\begin{cases} m-1 < 0 \\ m^2-2=2 \end{cases}$,

$$\text{解得 } m = \pm 2 \text{ 且 } m < 1 ,$$

$$\therefore m = -2 .$$

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

14. 2016~2017学年10月陕西西安雁塔区西安市高新第一中学初三上学期月考第4题 ★★

下列说法中错误的是（ ）.

- A. 在函数 $y = -x^2$ 中, 当 $x = 0$ 时 y 有最大值 0
- B. 在函数 $y = 2x^2$ 中, 当 $x > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大
- C. 抛物线 $y = 2x^2$, $y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 中, 抛物线 $y = 2x^2$ 的开口最小, 抛物线 $y = -x^2$ 的开口最大
- D. 不论 a 是正数还是负数, 抛物线 $y = ax^2$ 的顶点都是坐标原点

【答案】 C

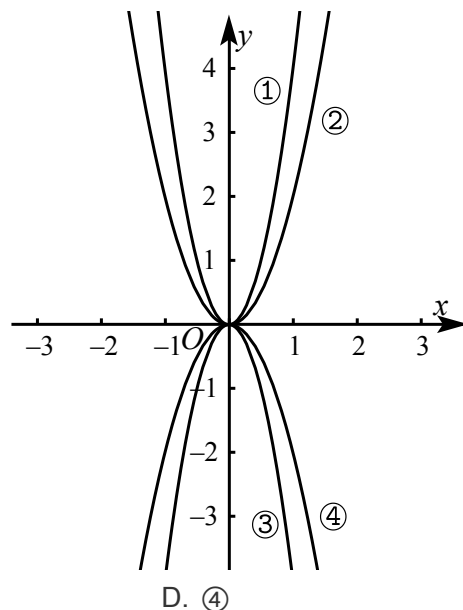
【解析】 A、在函数 $y = -x^2$ 中, 当 $x = 0$ 时 y 有最大值 0, 正确;
 B、在函数 $y = 2x^2$ 中, 当 $x > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大, 正确;
 C、抛物线 $y = 2x^2$, $y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 中, 抛物线 $y = 2x^2$ 的开口最小, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的开口最大, 错误;
 D、不论 a 是正数还是负数, 抛物线 $y = ax^2$ 的顶点都是坐标原点, 正确.
 故选 C.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

练习

15. 2017年北京怀柔区初三中考一模第8题3分 ★

如图, 函数 $y = -2x^2$ 的图象是（ ）.



- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ④

【答案】 D

【解析】 $y = -2x^2$ 图象开口向下，且经过点 $(1, -2)$ ，

$\therefore$ 函数图象为④.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

16. 2018~2019学年9月河北邯郸丛台区邯郸市育华中学初三上学期月考第9题2分 ★★

已知二次函数 $y_1 = -3x^2$ ， $y_2 = -\frac{1}{3}x^2$ ， $y_3 = \frac{3}{2}x^2$ ，它们的图象开口由小到大的顺序是（ ）.

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_2 < y_3 < y_1$

【答案】 C

【解析】 $\because |-3| > |\frac{3}{2}| > |-\frac{1}{3}|$ ，

二次项系数的绝对值越大，抛物线开口越小，

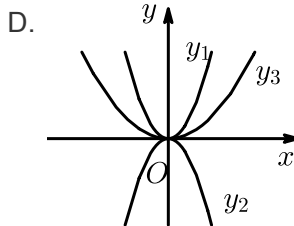
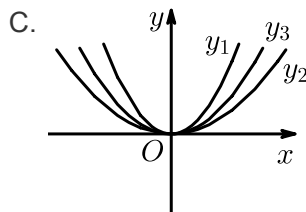
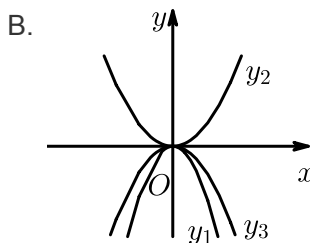
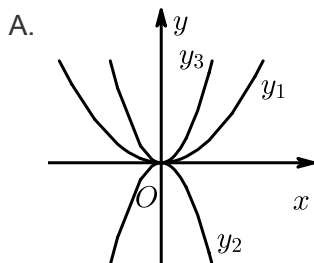
$\therefore y_1 < y_3 < y_2$ ，

故选 C.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

17. ★★

在同一平面直角坐标系中画出 $y_1 = 2x^2$ ， $y_2 = -2x^2$ ， $y_3 = \frac{1}{2}x^2$ 的图象，正确的是（ ）.



【答案】 D

【解析】 方法一：当 $x = 1$ 时， y_1 ， y_2 ， y_3 的图象上的对应点分别是 $(1, 2)$ ， $(1, -2)$ ， $(1, \frac{1}{2})$ ，可知，其中有两点在第一象限，一点在第四象限，排除 B、C；在第一象限内， y_1 的对应点 $(1, 2)$ 在上， y_3 的对应点 $(1, \frac{1}{2})$ 在下，排除 A.

故选 D.

方法二： $\because 2 > 0$ ， $-2 < 0$ ， $\frac{1}{2} > 0$ ，

$\therefore y_1 = 2x^2$, $y_3 = \frac{1}{2}x^2$ 的图象开口向上,

$y_2 = -2x^2$ 的图象开口向下,

排除 B , C ,

当 $x = 1$ 时,

$$y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore 2 > \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 选 D .

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

练习

18. 2017~2018学年9月广东广州海珠区广州市晓园中学初三上学期月考第9题3分 ★★

已知点 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 都在函数 $y = -2x^2$ 的图像上, 且 $x_1 > x_2 > x_3 > 0$, 则 ().

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_1 < y_3 < y_2$

C. $y_3 < y_2 < y_1$

D. $y_2 < y_1 < y_3$

【答案】 A

【解析】 函数 $y = -2x^2$, $a < 0$, 开口向下, 对称轴为 y 轴.

$\therefore x > 0$ 时, 随 y 的 x 增大而减小. $x_1 > x_2 > x_3 > 0$,

$$\therefore y_1 < y_2 < y_3.$$

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

19. ★★

已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 都在二次函数 $y = 4x^2$ 的图象上, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < 0$, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为 ().

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_1 > y_2 > y_3$

C. $y_2 < y_3 < y_1$

D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 B

【解析】 方法一: 可利用函数的性质求解.

因为 $y = 4x^2$, $a = 4 > 0$,

所以当 $x < 0$ 时 y 随 x 的增大而减小.

因为 $x_1 < x_2 < x_3 < 0$,

所以 $y_1 > y_2 > y_3$,

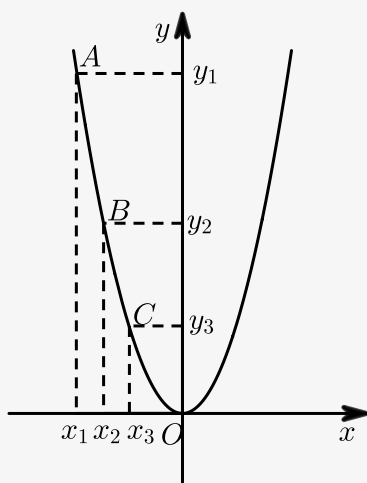
故选 B.

方法二: 可利用函数的图象求解.

画出函数 $y = 4x^2$ 图象的草图（如图所示），已知点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $C(x_3, y_3)$ ，由图象可知，点 B 比点 C 的位置高，点 A 比点 B 的位置高，

因此 $y_1 > y_2 > y_3$ ，

故选 B。



方法三：可取特殊值求解。

因为 $x_1 < x_2 < x_3 < 0$ ，

所以不妨设 $x_1 = -3$ ， $x_2 = -2$ ， $x_3 = -1$ ，

代入 $y = 4x^2$ ，可得 $y_1 = 36$ ， $y_2 = 16$ ， $y_3 = 4$ ，

因此 $y_1 > y_2 > y_3$ ，

故选 B。

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

20. 2018~2019学年9月重庆永川区初三上学期月考第19题8分 ★★

已知 $y = (k+2)x^{k^2+k-4}$ 是二次函数，且当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大。

(1) 求 k 的值。

(2) 求顶点坐标和对称轴。

【答案】 (1) -3 。

(2) 顶点坐标为：(0,0)，对称轴是 y 轴。

【解析】 (1) $\because y = (k+2)x^{k^2+k-4}$ 是二次函数，

$$\therefore k^2 + k - 4 = 2,$$

$$k^2 + k - 6 = 0,$$

$$\therefore (k+3)(k-2) = 0,$$

$$\therefore k = -3 \text{ 或 } k = 2,$$

$\because$ 函数图象有最高点，

$$\therefore k+2 < 0,$$

当 $k = -3$ 时, $k + 2 = -1 < 0$, 符合要求,
当 $k = 2$ 时, $k + 2 = 4 > 0$, 不符合要求, 舍去;
故 k 的值为 -3 .

(2) $\because k = -3$,
 $\therefore$ 二次函数解析式为: $y = -x^2$,
 $\therefore$ 顶点坐标为: $(0, 0)$, 对称轴是 y 轴.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

练习

21. 2019~2020学年吉林白山长白县初三上学期期末第8题3分 ★★

若抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象经过点 $(a, 4.5)$ 和 $(-a, y_1)$, 则 y_1 的值是 _____.

【答案】 4.5

【解析】 抛物线的对称轴为 y 轴, 两个点的横坐标绝对值相等, 则关于 y 轴对称, 故 $y_1 = 4.5$.
故答案为: 4.5.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

22. 2014年广东佛山禅城区初三中考一模第9题3分 ★★

已知点 $(-2, y_1)$, $(-1, y_2)$, $(3, y_3)$ 都在函数 $y = x^2$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 ().

A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_1 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_2 > y_1 > y_3$

【答案】 B

【解析】 当 $x = -2$ 时, $y_1 = x^2 = 4$, 当 $x = -1$ 时, $y_2 = x^2 = 1$, 当 $x = 3$ 时, $y_3 = x^2 = 9$,
所以 $y_3 > y_1 > y_2$.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

23. 2018~2019学年4月北京西城区西城区实验学校初三下学期月考第15题2分 ★★

在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = x^2$ 的图象经过 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 两点, 若 $-4 < x_1 < -2$,
 $0 < x_2 < 2$, 则 y_1 _____ y_2 (用“ $<$ ”“ $=$ ”或“ $>$ ”连接).

【答案】 $>$

【解析】 由 $y = x^2$ 可知,

$\because a = 1 > 0$,
 $\therefore$ 抛物线的开口向上 ,
 $\therefore$ 抛物线的对称轴为 y 轴 ,
 $\therefore$ 当 $x > 0$ 时 , y 随 x 的增大而增大 ,
 $\because -4 < x_1 < -2$, $0 < x_2 < 2$,
 $\therefore 2 < -x_1 < 4$,
 $\therefore y_1 > y_2$.

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

练习

24. 2016~2017学年福建福州初三上学期期末第4题4分 ★

二次函数 $y = x^2 - 2$ 的顶点坐标是 () .

- A. (0,0) B. (0,-2) C. (0,2) D. $(\sqrt{2},0)$

【答案】 B

【解析】 二次函数 $y = x^2 - 2$ 的顶点坐标是 (0, -2) .

故选 : B .

【标注】【题型】顶点坐标

25. ★★★

已知抛物线 $y = ax^2 + b (a \neq 0)$ 与 x 轴有两个交点 , 且开口向下 , 则 a , b 的取值范围分别是 () .

- A. $a > 0$, $b < 0$ B. $a > 0$, $b > 0$ C. $a < 0$, $b < 0$ D. $a < 0$, $b > 0$

【答案】 D

【解析】 抛物线 $y = ax^2 + b (a \neq 0)$, 对称轴为 y 轴 , 开口向下 $a < 0$, 与 x 轴有两个交点 , 故 $b > 0$.

【标注】【知识点】二次函数与坐标轴交点

26. 2019~2020学年上海长宁区上海市天山初级中学初三上学期期中第3题3分 ★★

若在同一直角坐标系中 , 作 $y = x^2$, $y = x^2 + 2$, $y = -2x^2 + 1$ 的图象 , 则它们 () .

- A. 都关于 y 轴对称 B. 开口方向相同
C. 都经过原点 D. 互相可以通过平移得到

【答案】 A

【解析】 $y = x^2$ 关于 y 轴对称，开口向上，顶点为 $(0,0)$ ，经过原点；

$y = x^2 + 2$ 关于 y 轴对称，开口向上，顶点为 $(0,2)$ ，不经过原点；

$y = -2x^2 + 1$ 关于 y 轴对称，开口向下，顶点为 $(0,1)$ ，不经过原点；

因为 $a = 1 = 1 \neq -2$ ，所以 $y = x^2$ 与 $y = x^2 + 2$ 可以通过平移得到，

但与 $y = -2x^2 + 1$ 不能通过平移得到。

故答案为 A。

【标注】 【知识点】 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

27. 2016~2017学年12月江苏南京秦淮区南京市第一中学初中部初三上学期月考（目标校）第1题2分

★★

已知二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 3$ ，其图像的对称轴是（ ）。

- A. 直线 $x = -\frac{9}{2}$ B. 直线 $x = \frac{9}{2}$ C. 直线 $x = -\frac{2}{9}$ D. y 轴所在的直线

【答案】 D

【解析】 二次函数的对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-\frac{1}{3})} = 0$ ，

其图像的对称轴在 y 轴所在的直线。

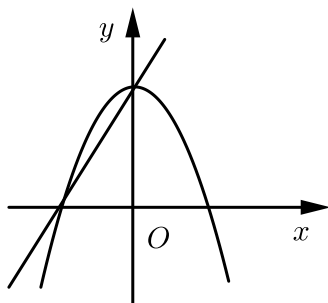
【标注】 【知识点】 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

练习

28. 2019~2020学年12月陕西西安西咸新区西咸新区秦汉中学初三上学期月考第4题3分 ★★

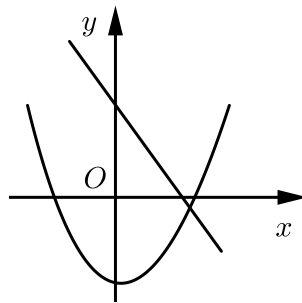
在同一直角坐标系中，一次函数 $y = ax - b$ 和二次函数 $y = -ax^2 - b$ 的大致图象是（ ）。

A.

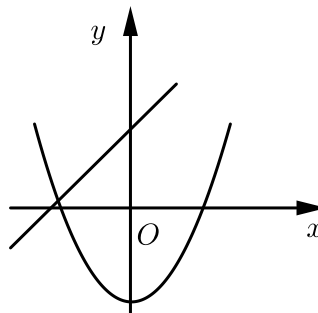
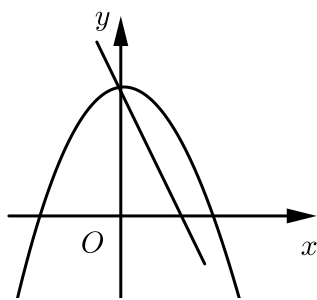


C.

B.



D.



【答案】A

【解析】A 选项：由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可得： $a > 0$ ， $-b > 0$ ，此时二次函数 $y = -ax^2 - b$ 的图象应该开口向下，顶点的纵坐标 $-b$ 大于零，故 A 正确；

B 选项：由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可得： $a < 0$ ， $-b > 0$ ，此时二次函数 $y = -ax^2 - b$ 的图象应该开口向上，顶点的纵坐标 $-b$ 大于零，故 B 错误；

C 选项：由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可得： $a < 0$ ， $-b > 0$ ，此时二次函数 $y = -ax^2 - b$ 的图象应该开口向上，故 C 错误；

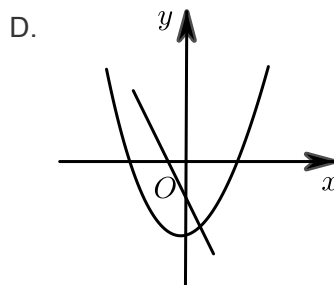
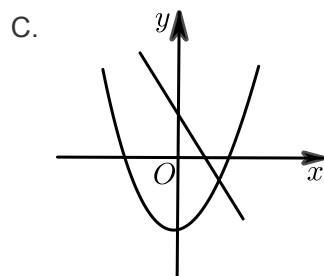
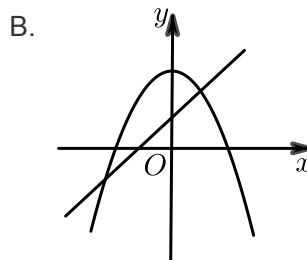
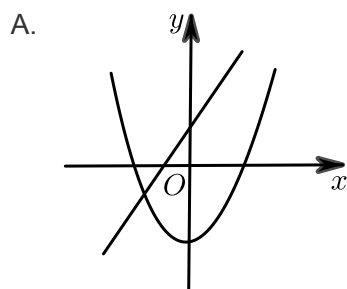
D 选项：由一次函数 $y = ax - b$ 的图象可得： $a > 0$ ， $-b > 0$ ，此时抛物线 $y = -ax^2 - b$ 的顶点的纵坐标大于零，故 D 错误。

故选 A。

【标注】【知识点】一次函数与二次函数图象的综合判断

29. 2020~2021学年广东惠州惠城区惠港中学初三上学期期中第7题3分 ★★

在同一坐标中，一次函数 $y = -kx + 2$ 与二次函数 $y = x^2 + k$ 的图象可能是（ ）。



【答案】A

【解析】

由二次函数 $y = x^2 + k$ 可知，抛物线开口向上，由一次函数 $y = -kx + 2$ 可知，直线与 y 轴的交点为 $(0, 2)$ ，

当 $k > 0$ 时，二次函数顶点在 y 轴正半轴，一次函数经过一、二、四象限；

当 $k < 0$ 时，二次函数顶点在 y 轴负半轴，一次函数经过一、二、三象限。

故选：A。

【标注】【知识点】一次函数与二次函数图象的综合判断

练习

30. 2018~2019学年10月北京海淀区首师大二附中初三上学期月考第12题2分 ★

把抛物线 $y = 2x^2$ 向上平移 3 个单位长度，得到的抛物线的解析式为 _____。

【答案】 $y = 2x^2 + 3$

【解析】 抛物线 $y = 2x^2$ 向上平移 3 个单位，得到的抛物线为 $y = 2x^2 + 3$ 。

【标注】【知识点】二次函数平移变换

【能力】 推理论证能力

31. 2014~2015学年广东东莞市南开实验中学初三上学期期中第9题3分 ★

二次函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 2 个单位，得到新图象的二次函数表达式是 ()。

A. $y = x^2 - 2$

B. $y = (x - 2)^2$

C. $y = x^2 + 2$

D. $y = (x + 2)^2$

【答案】 A

【解析】 由“上加下减”的原则可知，二次函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 2 个单位，得到新图象的二次函数表达式是： $y = x^2 - 2$ 。

故选：A。

【标注】【知识点】二次函数平移变换

练习

32. 2020~2021学年10月广东广州天河区广东实验中学附属天河学校初三上学期月考第4题3分 ★★

在抛物线 $y = x^2 + 2$ 的图象上有两个点 $(1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ，则 y_1 ， y_2 的大小关系为 ()。

A. $y_2 < y_1$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. 不确定

【答案】 B

【解析】方法一：直接代入法

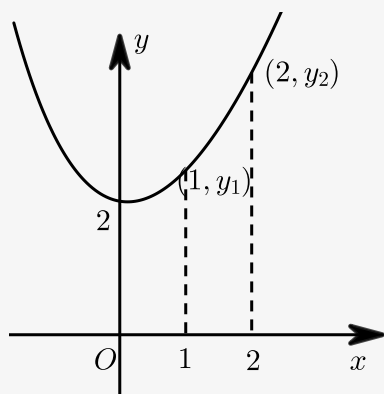
$$y_1 = 1^2 + 2 = 3 ,$$

$$y_2 = 2^2 + 2 = 6 ,$$

$$\therefore y_1 < y_2 .$$

故选 B .

方法二：观察图像法



故选 B .

【标注】【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

33. 2020~2021学年11月四川成都青羊区成都市树德实验中学初三上学期周测D卷第8题3分 ★★

已知点 $(-9, y_1)$ ， $(4, y_2)$ ， $(-2, y_3)$ 都在抛物线 $y = ax^2 + m$ ($a > 0$) 上，则 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【答案】C

【解析】 $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + m$ ($a > 0$) ,

$\therefore$ 该抛物线开口向上，对称轴是 y 轴，点距离对称轴越远则函数值越大，

$\because$ 点 $(-9, y_1)$ ， $(4, y_2)$ ， $(-2, y_3)$ 都在抛物线 $y = ax^2 + m$ ($a > 0$) 上，对称轴为 $x = 0$ ，

$$\therefore 0 - (-9) = 9, \quad 4 - 0 = 4, \quad 0 - (-2) = 2 ,$$

$$\therefore y_3 < y_2 < y_1 ,$$

故选：C .

【标注】【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

34. 2019~2020学年10月四川成都彭州市成都七中嘉祥外国语学校北城分校初三上学期月考第6题3分

★★★

点 $P_1(-2, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$ 、 $P_3(5, y_3)$ 均在函数 $y = -2x^2 + 1$ 的图象上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 () .

- A. $y_3 > y_2 > y_1$ B. $y_3 > y_1 > y_2$ C. $y_3 > y_1 = y_2$ D. $y_1 = y_2 > y_3$

【答案】D

【解析】函数 $y = -2x^2 + 1$ 的对称轴为 $x = 0$,

$$\because -2 < 0 ,$$

点到对称轴的距离大对应的函数值反而小 ,

$$\because P_1(-2, y_1)、P_2(2, y_2)、P_3(5, y_3) ,$$

$$\therefore y_1 = y_2 > y_3 .$$

故选D .

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

35. 2020~2021学年江苏扬州广陵区扬州大学附属中学东部分校初三上学期期中第6题3分 ★

抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 的图象经过点 $A(-3, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$, 则 y_1 , y_2 , y_3 大小关系是 () .

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_1 < y_3 < y_2$

C. $y_2 < y_1 < y_3$

D. $y_3 < y_2 < y_1$

【答案】C

【解析】将 $(-3, y_1)$ 点代入 $y = 2x^2 - 1$ 得 ,

$$y_1 = 2 \times (-3)^2 - 1 = 17 ,$$

将 $B(1, y_2)$ 点代入 $y = 2x^2 - 1$ 得 ,

$$y_2 = 2 \times 1^2 - 1 = 1 ,$$

将 $C(4, y_3)$ 点代入 $y = 2x^2 - 1$ 得 ,

$$y_3 = 2 \times 4^2 - 1 = 31 ,$$

$$\text{故 } y_2 < y_1 < y_3 .$$

故选C .

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

练习

36. ★

抛物线 $y = 2(x + 5)^2$ 的顶点坐标是 _____ , 对称轴是 _____ .

【答案】 $(-5, 0)$; $x = -5$

【解析】 顶点坐标 $(-5, 0)$, 对称轴 $x = -5$.

【标注】【知识点】二次函数 $y = a(x - h)^2$ 的图象和性质

37. 2017~2018学年10月天津南开区天津市南开中学初三上学期月考第1题3分 ★

在下列二次函数中，其图象的对称轴为 $x = -2$ 的是 () .

- A. $y = (x + 2)^2$ B. $y = 2x^2 - 2$ C. $y = -2x^2 - 2$ D. $y = 2(x - 2)^2$

【答案】 A

【解析】 $y = (x + 2)^2$ 的图象的对称轴为 $x = -2$;

$y = 2x^2 - 2$ 的图象的对称轴为 $x = 0$;

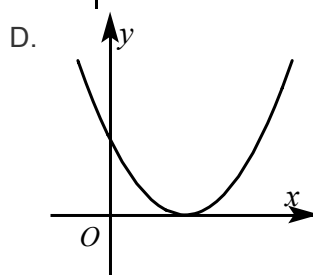
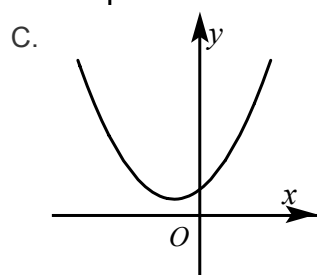
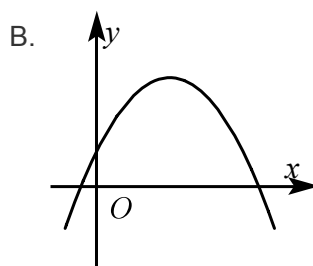
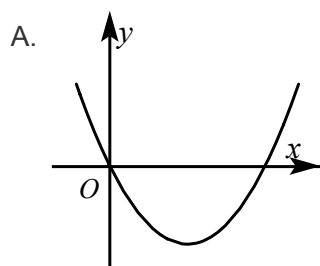
$y = -2x^2 - 2$ 的图象的对称轴为 $x = 0$;

$y = 2(x - 2)^2$ 的图象的对称轴为 $x = 2$.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

38. 2019~2020学年9月浙江湖州长兴县初三上学期月考第5题3分 ★

在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = a(x - m)^2$ ($a \neq 0$) 的图象可能是 () .



【答案】 D

【解析】 $\because y = a(x - m)^2$,

$\therefore$ 顶点为 $(m, 0)$,

$\therefore$ 顶点在 x 轴上 ,

故选：D .

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x - h)^2$ 的图象和性质

|| 练习

39. 2020~2021学年9月湖北武汉江岸区武汉二中广雅中学初三上学期月考第3题3分 ★

抛物线 $y = 2x^2$ 经过平移得到 $y = 2(x + 1)^2$ ，则这个平移过程正确的是（ ）。

- A. 向左平移 1 个单位 B. 向右平移 1 个单位 C. 向上平移 1 个单位 D. 向下平移 1 个单位

【答案】 A

【解析】 函数在平移的过程，遵循“上加下减，左加右减”的规律，

向右平移 1 个单位应为 $y = 2(x - 1)^2$ ，故 B 错误，

向上平移 1 个单位应为 $y = 2x^2 + 1$ ，故 C 错误，

向下平移 1 个单位应为 $y = 2x^2 - 1$ 故 D 错误。

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

40. 2015 年上海长宁区初三中考二模第 1 题 4 分 ★

将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线表达式是（ ）。

- A. $y = (x - 3)^2$ B. $y = (x + 3)^2$ C. $y = x^2 - 3$ D. $y = x^2 + 3$

【答案】 A

【解析】 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线表达式是 $y = (x - 3)^2$ 。

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

41. 2016~2017 学年吉林延边安图县初三上学期期末第 3 题 2 分 ★

将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 5 个单位后得到的抛物线对应的函数解析式是（ ）。

- A. $y = -x^2 + 5$ B. $y = x^2 - 5$ C. $y = (x - 5)^2$ D. $y = (x + 5)^2$

【答案】 D

【解析】 由“左加右减”的原则可知，抛物线 $y = x^2$ 向左平移 5 个单位后，得到的抛物线的解析式是

$$y = (x + 5)^2。$$

故选：D。

【标注】 【知识点】二次函数平移变换

【能力】运算能力

 练习

42. 2017~2018 学年 10 月天津河东区天津市第八中学初三上学期月考第 17 题 3 分 ★★

已知 $A(-4, y_1)$, $B(-3, y_2)$ 两点都在二次函数 $y = -2(x+2)^2$ 的图象上 , 则 y_1 , y_2 的大小关系为 _____ .

【答案】 $y_1 < y_2$

【解析】 把 $A(-4, y_1)$, $B(-3, y_2)$ 分别代入 $y = -2(x+2)^2$ 得 :

$$y_1 = -2(x+2)^2 = -8 , y_2 = -2(x+2)^2 = -2 ,$$

$$\therefore y_1 < y_2 .$$

【标注】 【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

43. 2020~2021学年浙江杭州拱墅区杭州市拱宸中学初三上学期开学考试第14题4分 ★★

已知 $A(-4, y_1)$, $B(-3, y_2)$, $C(3, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = -2(x+2)^2$ 的图象上 , 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为 _____ .

【答案】 $y_3 < y_1 < y_2$

【解析】 $\because y = -2(x+2)^2$ 的对称轴为 : 直线 $x = -2$,

则 $A(-4, y_1)$ 距离 $x = -2$ 有 2 个单位 ,

$B(-3, y_2)$ 距离 $x = -2$ 有 1 个单位 ,

$C(3, y_3)$ 距离 $x = -2$ 有 5 个单位 ,

$\therefore C$ 距离对称轴最远 , B 距离对称轴最近 ,

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2 .$$

故答案为 : $y_3 < y_1 < y_2$.

【标注】 【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

44. 2020~2021学年10月湖北武汉江岸区武汉二中广雅中学初三上学期周测A卷第13题3分 ★★

已知 $A(-4, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 三点都在抛物线 $y = 2(x-1)^2$ 上 , 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 _____ .

【答案】 $y_2 < y_3 < y_1$

【解析】 当 $x = -4$ 时 ,

$$y_1 = 2(-4-1)^2 = 50 ;$$

当 $x = 1$ 时 ,

$$y_2 = 2(1-1)^2 = 0 ;$$

当 $x = 3$ 时 ,

$$y_3 = 2(3-1)^2 = 8,$$

则 $y_2 < y_3 < y_1$.

故答案为 $y_2 < y_3 < y_1$.

【标注】【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

练习

45. 2020~2021学年12月河北石家庄桥西区石家庄市第四中学初三上学期月考第4题3分 ★

已知某二次函数，当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，则该二次函数的解析式可以是（ ）.

- A. $y = 3(x+1)^2$ B. $y = 3(x-1)^2$ C. $y = -3(x+1)^2$ D. $y = -3(x-1)^2$

【答案】 D

【解析】 ∵ 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，

∴ 抛物线开口向下，对称轴为直线 $x = 1$ ，

∴ 抛物线 $y = -3(x-1)^2$ 满足条件.

故选：D.

【标注】【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象和性质

46. 2017~2018学年9月广东广州海珠区中山大学附属中学初三上学期月考第17题3分 ★★

已知二次函数 $y = -(x-k)^2$ ，当 $x > 5$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 k 的取值范围是 _____ .

【答案】 $k \leq 5$

【解析】 由 $y = -(x-k)^2$ 可知，此函数表示以 $x = k$ 为对称轴，开口向下的二次函数.

当 $x \geq k$ 时， y 随 x 的增大而减小，

已知当 $x > 5$ 时， y 随 x 的增大而减小，

所以 $5 \geq k$ 即 $k \leq 5$.

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性

练习

47. 2018~2019学年6月北京东城区北京文汇中学初二下学期周测B卷（第15周）第9题3分 ★

抛物线 $y = 2(x+m)^2 + n$ (m, n 是常数) 的顶点坐标是（ ）.

- A. (m, n) B. $(-m, n)$ C. $(m, -n)$ D. $(-m, -n)$

【答案】 B

【解析】 因为抛物线 $y = 2(x + m)^2 + n$ 是顶点式，根据顶点式的坐标特点，它的顶点坐标是 $(-m, n)$ 。

故选 B。

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

48. 2019~2020学年11月天津和平区天津市第五十五中学初三上学期月考第9题 ★★

函数 $y = (x + 3)^2 - 2$ 有最 _____ 值，最值为 _____ 。

【答案】 小； -2

【解析】 函数开口向上，有最小值，

在 $x = -3$ 时， $y_{\min} = -2$ 。

故答案为：小； -2 。

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

49. 2019~2020学年山东淄博沂源县初三上学期期中（五四制）第6题3分 ★★

关于二次函数 $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ 的图象与性质，下列结论错误的是（ ）。

A. 抛物线开口方向向下

B. 当 $x = 3$ 时，函数有最大值 -2

C. 当 $x > 3$ 时， y 随 x 的增大而减小

D. 抛物线可由 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到

【答案】 D

【解析】 A. $\because a = -\frac{1}{2} < 0$ ， $\therefore$ 抛物线开口方向向下，故此选项正确，不合题意。

B. $\because y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ 的顶点坐标为： $(3, -2)$ ，故当 $x = 3$ 时，函数有最大值 -2，故此选项正确，不合题意。

C. 当 $x > 3$ 时， y 随 x 的增大而减小，此选项正确，不合题意。

D. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ 可由 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到，不是由 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到，故此选项错误，符合题意。

故选： D 。

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的图象和性质

50. 2019~2020学年广东广州越秀区广州市育才实验学校初三上学期期末模拟（2）第8题3分 ★★

关于抛物线 $y = -(x + 1)^2 + 2$ ，下列说法错误的是（ ）。

A. 图象的开口向下

B. 当 $x > -1$ 时, y 随 x 的增大而减少

C. 图象的顶点坐标是 $(-1, 2)$

D. 图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 2)$

【答案】 D

【解析】 A 选项: $y = -(x+1)^2 + 2$,

$\therefore a = -1 < 0$,

$\therefore$ 图象的开口向下, 故本选项正确, 不符合题意.

B 选项: $\because y = -(x+1)^2 + 2$,

$\therefore$ 开口向下, 对称轴为 $x = -1$,

$\therefore$ 当 $x > -1$ 时, y 随 x 的增大而减少, 故本选项正确, 不符合题意.

C 选项: 顶点坐标为 $(-1, 2)$, 故本选项正确, 不符合题意.

D 选项: $\because$ 当 $x = 0$ 时, $y = 1$,

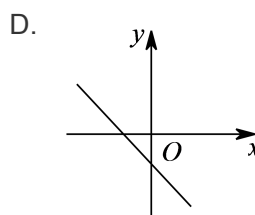
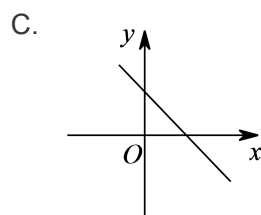
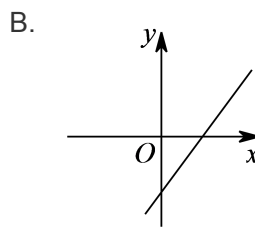
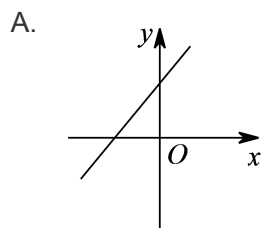
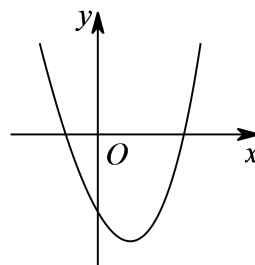
$\therefore$ 图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$, 故本选项错误, 符合题意.

故选 D.

【标注】 【知识点】 二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

51. 2013年广东深圳中考真题第11题3分 ★★★

已知二次函数 $y = a(x-1)^2 - c$ 的图像如图所示, 则一次函数 $y = ax + c$ 的大致图像是 ().



【答案】 A

【解析】 根据二次函数开口向上得 $a > 0$, 根据 $-c$ 是二次函数顶点坐标的纵坐标 , 得出 $c > 0$, 故一次函数 $y = ax + c$ 的大致图象经过一、二、三象限 .

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

练习

52. 2020~2021学年天津河东区初三上学期期中 (第三学区片) 第15题 ★★

已知二次函数 $y = 3(x-1)^2 + 2$ 的图象上有三点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(-5, y_3)$, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为 _____ .

【答案】 $y_1 < y_2 < y_3$

【解析】 $\because$ 二次函数 $y = 3(x-1)^2 + 2$,
 $\therefore$ 该函数的对称轴 $x = 1$, 开口向上 ,
又 $\because$ 图象上的三点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(-5, y_3)$,
 $|1-1| < |2-1| < |-5-1|$,
 $\therefore y_1$ 、 y_2 、 y_3 的大小关系为 $y_1 < y_2 < y_3$.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

53. 2013~2014学年12月河南洛阳洛龙区洛阳地矿双语学校初三上学期月考第7题3分 ★★★

设 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+1)^2 + a$ 上的三点 , 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 A

【解析】 解 : $\because$ 函数的解析式是 $y = -(x+1)^2 + a$,
 $\therefore$ 对称轴是 $x = -1$,
 $\therefore$ 点 A 关于对称轴的对称点是 $A'(0, y_1)$,
那么点 A' 、 B 、 C 都在对称轴的右边 , 而在对称轴右边 y 随 x 的增大而减小 ,
于是 $y_1 > y_2 > y_3$.
故选 A .

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

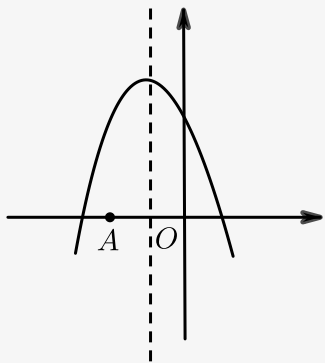
54. 2019~2020学年山东济宁鱼台县初三上学期期中第8题3分 ★★

设 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+1)^2 + a$ 上的三点, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为 () .

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

【答案】 A

【解析】 方法一: $\because$ 函数的解析式是 $y = -(x+1)^2 + a$, 如图,



$\therefore$ 对称轴是 $x = -1$.

$\therefore$ 点 A 关于对称轴的点 A' 是 $(0, y_1)$,

那么点 A' 、 B 、 C 都在对称轴的右边,

而对称轴右边 y 随 x 的增大而减小,

于是 $y_1 > y_2 > y_3$.

故选: A.

方法二: 把 $A(-2, y)$, $B(1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 代入

$y = -(x+1)^2 + 2$ 中,

得 $y_1 = -(-2+1)^2 + 2 = 1$,

$y_2 = -(1+1)^2 + 2 = -2$,

$y_3 = -(2+1)^2 + 2 = -7$,

$\therefore 1 > -2 > -7$,

$\therefore y_1 > y_2 > y_3$.

故选 A.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

55. 2019~2020学年重庆九龙坡区重庆市杨家坪中学初三上学期期中第8题4分 ★★

已知二次函数 $y = a(x-2)^2 + c$ ($a > 0$), 当自变量 x 分别取 $\sqrt{2}$, 3 , 0 时, 对应的值分别为 y_1 , y_2 , y_3 , 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系正确的是 () .

- A. $y_3 < y_2 < y_1$ B. $y_1 < y_2 < y_3$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

【答案】 B

【解析】 $\because a > 0$

$\therefore$ 二次函数图象开口向上，

又 $\because$ 对称轴为直线 $x = 2$ ，

$\therefore x$ 分别取 $\sqrt{2}$ ， 3 ， 0 时，对应的函数值分别为 y_1 最小 y_3 最大，

$\therefore y_3 > y_2 > y_1$.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象和性质

练习

56. 2019~2020学年浙江杭州余杭区初三上学期期中第7题3分 ★★

已知关于 x 的二次函数 $y = -(x-m)^2 + 2$ ，当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，则实数 m 的取值范围是 () .

A. $m \leq 0$.

B. $0 < m \leq 1$

C. $m \leq 1$

D. $m \geq 1$

【答案】 C

【解析】 函数对称轴为 $x = m$ ，

$\because x > 1$ 时， y 随 x 增大而减小，

$\therefore m \leq 1$ ，

即开口向下时，对称轴在 $x = 1$ 的左侧，可等于 1 .

故选 C.

【标注】 【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性